

Histograma do 1o Sorteio da Nota Fiscal Paraná 152/15

1º Sorteio Eletrônico da Nota Fiscal Paraná

Relatório parcial contendo resultados¹ da análise estatística dos bilhetes premiados

Conteúdo

1 Introdução

Este relatório apresenta uma análise estatística do 1º Sorteio Eletrônico da Nota Fiscal Paraná. O software de Sorteio Eletrônico da Nota Fiscal Paraná foi desenvolvido no Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo (IPT), pela equipe técnica da Seção de Automação, Governança e Mobilidade Digital (SAGMD), para a Secretaria da Fazenda do Governo do Estado do Paraná - SEFA/PR. O programa foi desenvolvido na linguagem de programação Java (versão 1.6.0_06), com padrões abertos, como o algoritmo de criptografia AES, utilizado para gerar números aleatórios confiáveis. Este documento apresenta a análise dos resultados 1º sorteio da Nota Fiscal Paraná, realizado em 8/12/2015 (Anexo A) na sede da SEFA/PR. Através da análise estatística dos dados, do cálculo do histograma dos números sorteados e da análise do histograma obtido, demonstra-se a uniformidade da distribuição dos números de bilhetes premiados gerada pelo software do IPT.

2 Análise Estatística

Usando o programa Scilab 5.5.0 do Inria² e o software de planilha eletrônica LibreOffice Calc versão 4.2.8.2, foram obtidos os histogramas dos arquivos de saída do 1º sorteio da Nota Fiscal Paraná. A semente utilizada foi extraída do concurso 5029-6 da Loteria Federal: 8312909012339131, e as quantidades de bilhetes (9.854.623) e prêmios (250.000) foram estipuladas pela SEFA/PR.

O histograma é um gráfico amplamente utilizado em estatística para analisar a distribuição de frequências de amostras (nesse caso, os números dos bilhetes premiados) e ajudar a estimar a sua possível função de probabilidades [3]. A faixa de valores das amostras, definida pelo intervalo entre o menor valor (mínimo) e o maior valor (máximo), é dividida em sub-faixas chamadas classes. A

¹ Parte do relatório técnico em elaboração

² <http://www.scilab.org/>

| Código: | Data: | Emissor: | Página: |
|----------------|--------------|-----------------|----------------|
| NF-PR/2015 | 20/12/2015 | Antonio Amorim | 1/22 |

Histograma do 1o Sorteio da Nota Fiscal Paraná 152/15

ocorrência de valores em cada classe é contada e a contagem associada à classe é apresentada em um gráfico bidimensional. No caso desse sorteio, foram utilizadas 500 faixas (classes), o que significa que se a distribuição for uniforme como esperado, a contagem (teórica) em cada faixa será aproximadamente igual a 1/500 (um 500 avos) da quantidade total de amostras (números dos bilhetes sorteados). Como o histograma não foi normalizado, o eixo y (vertical) mostra a contagem de valores em cada classe, enquanto o eixo x (horizontal) mostra os valores do mínimo (esquerda) até o máximo (direita).

3 Cálculo do Histograma

O arquivo Sorteio_001.ipt, obtido na cerimônia de sorteio, que contém os 250.000 números (amostras) correspondentes aos bilhetes premiados, com os valores e sequência de bilhetes do sorteio, foi editado para retirar o cabeçalho e a coluna de numeração, para não atrapalhar a análise através do software Scilab, resultando no arquivo Sorteio_001_sem_cab_sem_num.csv. O menor valor é 54 e o maior valor é 9.854.590; o valor teórico das contagens é de 500 ocorrências.

Leitura do Arquivo no Scilab:

```
-->x = fscanfMat('Sorteio_001_sem_cab_sem_num.csv');
```

Criação do vetor das classes do histograma :

```
-->val = linspace (min(x), max(x),501);
```

Cálculo do histograma pela contagem de ocorrências em cada classe:

```
-->[ind, occ] = dsearch(x, val);
```

As variáveis val, contendo os intervalos das classes, e occ, contendo as contagens de cada classe, foram exportadas para arquivos textos e importados no software de planilha eletrônica LibreOffice Calc para montagem do gráfico do histograma e análises adicionais.

Os valores obtidos são apresentados na tabela 1. As 2a e a 3a coluna apresentam respectivamente os limites inferior e superior da classe, enquanto a 4a coluna apresenta a contagem de ocorrências na classe.

| Código: | Data: | Emissor: | Página: |
|----------------|--------------|-----------------|----------------|
| NF-PR/2015 | 20/12/2015 | Antonio Amorim | 2/22 |

Histograma do 1o Sorteio da Nota Fiscal Paraná 152/15

Tabela 1: Dados do Histograma de Bilhetes Premiados

| Num | Min Classe | Max Classe | Contagem |
|-----|------------|------------|----------|
| 1 | 54 | 19763,072 | 560 |
| 2 | 19763,072 | 39472,144 | 491 |
| 3 | 39472,144 | 59181,216 | 495 |
| 4 | 59181,216 | 78890,288 | 502 |
| 5 | 78890,288 | 98599,36 | 532 |
| 6 | 98599,36 | 118308,432 | 488 |
| 7 | 118308,432 | 138017,504 | 512 |
| 8 | 138017,504 | 157726,576 | 463 |
| 9 | 157726,576 | 177435,648 | 498 |
| 10 | 177435,648 | 197144,72 | 553 |
| 11 | 197144,72 | 216853,792 | 516 |
| 12 | 216853,792 | 236562,864 | 503 |
| 13 | 236562,864 | 256271,936 | 497 |
| 14 | 256271,936 | 275981,008 | 516 |
| 15 | 275981,008 | 295690,08 | 455 |
| 16 | 295690,08 | 315399,152 | 487 |
| 17 | 315399,152 | 335108,224 | 525 |
| 18 | 335108,224 | 354817,296 | 513 |
| 19 | 354817,296 | 374526,368 | 451 |
| 20 | 374526,368 | 394235,44 | 476 |
| 21 | 394235,44 | 413944,512 | 503 |
| 22 | 413944,512 | 433653,584 | 487 |
| 23 | 433653,584 | 453362,656 | 515 |
| 24 | 453362,656 | 473071,728 | 517 |
| 25 | 473071,728 | 492780,8 | 540 |
| 26 | 492780,8 | 512489,872 | 496 |
| 27 | 512489,872 | 532198,944 | 482 |
| 28 | 532198,944 | 551908,016 | 492 |
| 29 | 551908,016 | 571617,088 | 529 |

| Código: | Data: | Emissor: | Página: |
|----------------|--------------|-----------------|----------------|
| NF-PR/2015 | 20/12/2015 | Antonio Amorim | 3/22 |

Histograma do 1o Sorteio da Nota Fiscal Paraná 152/15

| | | | |
|----|-------------|-------------|-----|
| 30 | 571617,088 | 591326,16 | 471 |
| 31 | 591326,16 | 611035,232 | 465 |
| 32 | 611035,232 | 630744,304 | 457 |
| 33 | 630744,304 | 650453,376 | 441 |
| 34 | 650453,376 | 670162,448 | 463 |
| 35 | 670162,448 | 689871,52 | 475 |
| 36 | 689871,52 | 709580,592 | 519 |
| 37 | 709580,592 | 729289,664 | 544 |
| 38 | 729289,664 | 748998,736 | 513 |
| 39 | 748998,736 | 768707,808 | 508 |
| 40 | 768707,808 | 788416,88 | 487 |
| 41 | 788416,88 | 808125,952 | 500 |
| 42 | 808125,952 | 827835,024 | 474 |
| 43 | 827835,024 | 847544,096 | 514 |
| 44 | 847544,096 | 867253,168 | 495 |
| 45 | 867253,168 | 886962,24 | 504 |
| 46 | 886962,24 | 906671,312 | 553 |
| 47 | 906671,312 | 926380,384 | 513 |
| 48 | 926380,384 | 946089,456 | 484 |
| 49 | 946089,456 | 965798,528 | 517 |
| 50 | 965798,528 | 985507,6 | 508 |
| 51 | 985507,6 | 1005216,672 | 508 |
| 52 | 1005216,672 | 1024925,744 | 496 |
| 53 | 1024925,744 | 1044634,816 | 528 |
| 54 | 1044634,816 | 1064343,888 | 554 |
| 55 | 1064343,888 | 1084052,96 | 514 |
| 56 | 1084052,96 | 1103762,032 | 451 |
| 57 | 1103762,032 | 1123471,104 | 475 |
| 58 | 1123471,104 | 1143180,176 | 464 |
| 59 | 1143180,176 | 1162889,248 | 494 |
| 60 | 1162889,248 | 1182598,32 | 495 |
| 61 | 1182598,32 | 1202307,392 | 506 |
| 62 | 1202307,392 | 1222016,464 | 505 |

| Código: | Data: | Emissor: | Página: |
|----------------|--------------|-----------------|----------------|
| NF-PR/2015 | 20/12/2015 | Antonio Amorim | 4/22 |

Histograma do 1o Sorteio da Nota Fiscal Paraná 152/15

| | | | |
|----|-------------|-------------|-----|
| 63 | 1222016,464 | 1241725,536 | 506 |
| 64 | 1241725,536 | 1261434,608 | 494 |
| 65 | 1261434,608 | 1281143,68 | 526 |
| 66 | 1281143,68 | 1300852,752 | 531 |
| 67 | 1300852,752 | 1320561,824 | 505 |
| 68 | 1320561,824 | 1340270,896 | 522 |
| 69 | 1340270,896 | 1359979,968 | 510 |
| 70 | 1359979,968 | 1379689,04 | 502 |
| 71 | 1379689,04 | 1399398,112 | 514 |
| 72 | 1399398,112 | 1419107,184 | 487 |
| 73 | 1419107,184 | 1438816,256 | 501 |
| 74 | 1438816,256 | 1458525,328 | 459 |
| 75 | 1458525,328 | 1478234,4 | 513 |
| 76 | 1478234,4 | 1497943,472 | 531 |
| 77 | 1497943,472 | 1517652,544 | 508 |
| 78 | 1517652,544 | 1537361,616 | 489 |
| 79 | 1537361,616 | 1557070,688 | 485 |
| 80 | 1557070,688 | 1576779,76 | 486 |
| 81 | 1576779,76 | 1596488,832 | 488 |
| 82 | 1596488,832 | 1616197,904 | 495 |
| 83 | 1616197,904 | 1635906,976 | 493 |
| 84 | 1635906,976 | 1655616,048 | 484 |
| 85 | 1655616,048 | 1675325,12 | 531 |
| 86 | 1675325,12 | 1695034,192 | 479 |
| 87 | 1695034,192 | 1714743,264 | 451 |
| 88 | 1714743,264 | 1734452,336 | 492 |
| 89 | 1734452,336 | 1754161,408 | 514 |
| 90 | 1754161,408 | 1773870,48 | 490 |
| 91 | 1773870,48 | 1793579,552 | 466 |
| 92 | 1793579,552 | 1813288,624 | 493 |
| 93 | 1813288,624 | 1832997,696 | 447 |
| 94 | 1832997,696 | 1852706,768 | 501 |
| 95 | 1852706,768 | 1872415,84 | 487 |

| Código: | Data: | Emissor: | Página: |
|----------------|--------------|-----------------|----------------|
| NF-PR/2015 | 20/12/2015 | Antonio Amorim | 5/22 |

Histograma do 1o Sorteio da Nota Fiscal Paraná 152/15

| | | | |
|-----|-------------|-------------|-----|
| 96 | 1872415,84 | 1892124,912 | 519 |
| 97 | 1892124,912 | 1911833,984 | 497 |
| 98 | 1911833,984 | 1931543,056 | 529 |
| 99 | 1931543,056 | 1951252,128 | 509 |
| 100 | 1951252,128 | 1970961,2 | 501 |
| 101 | 1970961,2 | 1990670,272 | 513 |
| 102 | 1990670,272 | 2010379,344 | 499 |
| 103 | 2010379,344 | 2030088,416 | 526 |
| 104 | 2030088,416 | 2049797,488 | 514 |
| 105 | 2049797,488 | 2069506,56 | 528 |
| 106 | 2069506,56 | 2089215,632 | 476 |
| 107 | 2089215,632 | 2108924,704 | 494 |
| 108 | 2108924,704 | 2128633,776 | 498 |
| 109 | 2128633,776 | 2148342,848 | 486 |
| 110 | 2148342,848 | 2168051,92 | 516 |
| 111 | 2168051,92 | 2187760,992 | 460 |
| 112 | 2187760,992 | 2207470,064 | 524 |
| 113 | 2207470,064 | 2227179,136 | 519 |
| 114 | 2227179,136 | 2246888,208 | 522 |
| 115 | 2246888,208 | 2266597,28 | 515 |
| 116 | 2266597,28 | 2286306,352 | 512 |
| 117 | 2286306,352 | 2306015,424 | 529 |
| 118 | 2306015,424 | 2325724,496 | 538 |
| 119 | 2325724,496 | 2345433,568 | 505 |
| 120 | 2345433,568 | 2365142,64 | 492 |
| 121 | 2365142,64 | 2384851,712 | 528 |
| 122 | 2384851,712 | 2404560,784 | 540 |
| 123 | 2404560,784 | 2424269,856 | 508 |
| 124 | 2424269,856 | 2443978,928 | 499 |
| 125 | 2443978,928 | 2463688 | 476 |
| 126 | 2463688 | 2483397,072 | 500 |
| 127 | 2483397,072 | 2503106,144 | 493 |
| 128 | 2503106,144 | 2522815,216 | 493 |

| Código: | Data: | Emissor: | Página: |
|----------------|--------------|-----------------|----------------|
| NF-PR/2015 | 20/12/2015 | Antonio Amorim | 6/22 |

Histograma do 1o Sorteio da Nota Fiscal Paraná 152/15

| | | | |
|-----|-------------|-------------|-----|
| 129 | 2522815,216 | 2542524,288 | 515 |
| 130 | 2542524,288 | 2562233,36 | 501 |
| 131 | 2562233,36 | 2581942,432 | 477 |
| 132 | 2581942,432 | 2601651,504 | 498 |
| 133 | 2601651,504 | 2621360,576 | 530 |
| 134 | 2621360,576 | 2641069,648 | 529 |
| 135 | 2641069,648 | 2660778,72 | 508 |
| 136 | 2660778,72 | 2680487,792 | 514 |
| 137 | 2680487,792 | 2700196,864 | 495 |
| 138 | 2700196,864 | 2719905,936 | 521 |
| 139 | 2719905,936 | 2739615,008 | 538 |
| 140 | 2739615,008 | 2759324,08 | 500 |
| 141 | 2759324,08 | 2779033,152 | 502 |
| 142 | 2779033,152 | 2798742,224 | 499 |
| 143 | 2798742,224 | 2818451,296 | 509 |
| 144 | 2818451,296 | 2838160,368 | 477 |
| 145 | 2838160,368 | 2857869,44 | 508 |
| 146 | 2857869,44 | 2877578,512 | 498 |
| 147 | 2877578,512 | 2897287,584 | 492 |
| 148 | 2897287,584 | 2916996,656 | 483 |
| 149 | 2916996,656 | 2936705,728 | 461 |
| 150 | 2936705,728 | 2956414,8 | 497 |
| 151 | 2956414,8 | 2976123,872 | 476 |
| 152 | 2976123,872 | 2995832,944 | 473 |
| 153 | 2995832,944 | 3015542,016 | 481 |
| 154 | 3015542,016 | 3035251,088 | 511 |
| 155 | 3035251,088 | 3054960,16 | 490 |
| 156 | 3054960,16 | 3074669,232 | 500 |
| 157 | 3074669,232 | 3094378,304 | 484 |
| 158 | 3094378,304 | 3114087,376 | 488 |
| 159 | 3114087,376 | 3133796,448 | 475 |
| 160 | 3133796,448 | 3153505,52 | 475 |
| 161 | 3153505,52 | 3173214,592 | 485 |

| Código: | Data: | Emissor: | Página: |
|----------------|--------------|-----------------|----------------|
| NF-PR/2015 | 20/12/2015 | Antonio Amorim | 7/22 |

Histograma do 1o Sorteio da Nota Fiscal Paraná 152/15

| | | | |
|-----|-------------|-------------|-----|
| 162 | 3173214,592 | 3192923,664 | 505 |
| 163 | 3192923,664 | 3212632,736 | 515 |
| 164 | 3212632,736 | 3232341,808 | 496 |
| 165 | 3232341,808 | 3252050,88 | 500 |
| 166 | 3252050,88 | 3271759,952 | 530 |
| 167 | 3271759,952 | 3291469,024 | 493 |
| 168 | 3291469,024 | 3311178,096 | 469 |
| 169 | 3311178,096 | 3330887,168 | 470 |
| 170 | 3330887,168 | 3350596,24 | 465 |
| 171 | 3350596,24 | 3370305,312 | 520 |
| 172 | 3370305,312 | 3390014,384 | 530 |
| 173 | 3390014,384 | 3409723,456 | 484 |
| 174 | 3409723,456 | 3429432,528 | 519 |
| 175 | 3429432,528 | 3449141,6 | 481 |
| 176 | 3449141,6 | 3468850,672 | 485 |
| 177 | 3468850,672 | 3488559,744 | 536 |
| 178 | 3488559,744 | 3508268,816 | 512 |
| 179 | 3508268,816 | 3527977,888 | 510 |
| 180 | 3527977,888 | 3547686,96 | 480 |
| 181 | 3547686,96 | 3567396,032 | 531 |
| 182 | 3567396,032 | 3587105,104 | 550 |
| 183 | 3587105,104 | 3606814,176 | 505 |
| 184 | 3606814,176 | 3626523,248 | 497 |
| 185 | 3626523,248 | 3646232,32 | 542 |
| 186 | 3646232,32 | 3665941,392 | 477 |
| 187 | 3665941,392 | 3685650,464 | 491 |
| 188 | 3685650,464 | 3705359,536 | 480 |
| 189 | 3705359,536 | 3725068,608 | 504 |
| 190 | 3725068,608 | 3744777,68 | 507 |
| 191 | 3744777,68 | 3764486,752 | 471 |
| 192 | 3764486,752 | 3784195,824 | 526 |
| 193 | 3784195,824 | 3803904,896 | 488 |
| 194 | 3803904,896 | 3823613,968 | 447 |

| Código: | Data: | Emissor: | Página: |
|----------------|--------------|-----------------|----------------|
| NF-PR/2015 | 20/12/2015 | Antonio Amorim | 8/22 |

Histograma do 1o Sorteio da Nota Fiscal Paraná 152/15

| | | | |
|-----|-------------|-------------|-----|
| 195 | 3823613,968 | 3843323,04 | 462 |
| 196 | 3843323,04 | 3863032,112 | 467 |
| 197 | 3863032,112 | 3882741,184 | 495 |
| 198 | 3882741,184 | 3902450,256 | 515 |
| 199 | 3902450,256 | 3922159,328 | 498 |
| 200 | 3922159,328 | 3941868,4 | 514 |
| 201 | 3941868,4 | 3961577,472 | 510 |
| 202 | 3961577,472 | 3981286,544 | 462 |
| 203 | 3981286,544 | 4000995,616 | 480 |
| 204 | 4000995,616 | 4020704,688 | 520 |
| 205 | 4020704,688 | 4040413,76 | 504 |
| 206 | 4040413,76 | 4060122,832 | 501 |
| 207 | 4060122,832 | 4079831,904 | 487 |
| 208 | 4079831,904 | 4099540,976 | 495 |
| 209 | 4099540,976 | 4119250,048 | 450 |
| 210 | 4119250,048 | 4138959,12 | 524 |
| 211 | 4138959,12 | 4158668,192 | 534 |
| 212 | 4158668,192 | 4178377,264 | 503 |
| 213 | 4178377,264 | 4198086,336 | 492 |
| 214 | 4198086,336 | 4217795,408 | 517 |
| 215 | 4217795,408 | 4237504,48 | 530 |
| 216 | 4237504,48 | 4257213,552 | 532 |
| 217 | 4257213,552 | 4276922,624 | 511 |
| 218 | 4276922,624 | 4296631,696 | 505 |
| 219 | 4296631,696 | 4316340,768 | 462 |
| 220 | 4316340,768 | 4336049,84 | 488 |
| 221 | 4336049,84 | 4355758,912 | 498 |
| 222 | 4355758,912 | 4375467,984 | 495 |
| 223 | 4375467,984 | 4395177,056 | 511 |
| 224 | 4395177,056 | 4414886,128 | 493 |
| 225 | 4414886,128 | 4434595,2 | 493 |
| 226 | 4434595,2 | 4454304,272 | 506 |
| 227 | 4454304,272 | 4474013,344 | 449 |

| Código: | Data: | Emissor: | Página: |
|----------------|--------------|-----------------|----------------|
| NF-PR/2015 | 20/12/2015 | Antonio Amorim | 9/22 |

Histograma do 1o Sorteio da Nota Fiscal Paraná 152/15

| | | | |
|-----|-------------|-------------|-----|
| 228 | 4474013,344 | 4493722,416 | 532 |
| 229 | 4493722,416 | 4513431,488 | 514 |
| 230 | 4513431,488 | 4533140,56 | 493 |
| 231 | 4533140,56 | 4552849,632 | 474 |
| 232 | 4552849,632 | 4572558,704 | 519 |
| 233 | 4572558,704 | 4592267,776 | 470 |
| 234 | 4592267,776 | 4611976,848 | 511 |
| 235 | 4611976,848 | 4631685,92 | 468 |
| 236 | 4631685,92 | 4651394,992 | 488 |
| 237 | 4651394,992 | 4671104,064 | 501 |
| 238 | 4671104,064 | 4690813,136 | 474 |
| 239 | 4690813,136 | 4710522,208 | 510 |
| 240 | 4710522,208 | 4730231,28 | 469 |
| 241 | 4730231,28 | 4749940,352 | 537 |
| 242 | 4749940,352 | 4769649,424 | 513 |
| 243 | 4769649,424 | 4789358,496 | 537 |
| 244 | 4789358,496 | 4809067,568 | 503 |
| 245 | 4809067,568 | 4828776,64 | 486 |
| 246 | 4828776,64 | 4848485,712 | 459 |
| 247 | 4848485,712 | 4868194,784 | 526 |
| 248 | 4868194,784 | 4887903,856 | 494 |
| 249 | 4887903,856 | 4907612,928 | 534 |
| 250 | 4907612,928 | 4927322 | 502 |
| 251 | 4927322 | 4947031,072 | 478 |
| 252 | 4947031,072 | 4966740,144 | 489 |
| 253 | 4966740,144 | 4986449,216 | 479 |
| 254 | 4986449,216 | 5006158,288 | 459 |
| 255 | 5006158,288 | 5025867,36 | 483 |
| 256 | 5025867,36 | 5045576,432 | 459 |
| 257 | 5045576,432 | 5065285,504 | 450 |
| 258 | 5065285,504 | 5084994,576 | 517 |
| 259 | 5084994,576 | 5104703,648 | 466 |
| 260 | 5104703,648 | 5124412,72 | 478 |

| Código: | Data: | Emissor: | Página: |
|----------------|--------------|-----------------|----------------|
| NF-PR/2015 | 20/12/2015 | Antonio Amorim | 10/22 |

Histograma do 1o Sorteio da Nota Fiscal Paraná 152/15

| | | | |
|-----|-------------|-------------|-----|
| 261 | 5124412,72 | 5144121,792 | 464 |
| 262 | 5144121,792 | 5163830,864 | 508 |
| 263 | 5163830,864 | 5183539,936 | 479 |
| 264 | 5183539,936 | 5203249,008 | 537 |
| 265 | 5203249,008 | 5222958,08 | 514 |
| 266 | 5222958,08 | 5242667,152 | 516 |
| 267 | 5242667,152 | 5262376,224 | 515 |
| 268 | 5262376,224 | 5282085,296 | 482 |
| 269 | 5282085,296 | 5301794,368 | 542 |
| 270 | 5301794,368 | 5321503,44 | 499 |
| 271 | 5321503,44 | 5341212,512 | 488 |
| 272 | 5341212,512 | 5360921,584 | 519 |
| 273 | 5360921,584 | 5380630,656 | 516 |
| 274 | 5380630,656 | 5400339,728 | 507 |
| 275 | 5400339,728 | 5420048,8 | 499 |
| 276 | 5420048,8 | 5439757,872 | 486 |
| 277 | 5439757,872 | 5459466,944 | 497 |
| 278 | 5459466,944 | 5479176,016 | 511 |
| 279 | 5479176,016 | 5498885,088 | 514 |
| 280 | 5498885,088 | 5518594,16 | 523 |
| 281 | 5518594,16 | 5538303,232 | 517 |
| 282 | 5538303,232 | 5558012,304 | 532 |
| 283 | 5558012,304 | 5577721,376 | 509 |
| 284 | 5577721,376 | 5597430,448 | 531 |
| 285 | 5597430,448 | 5617139,52 | 494 |
| 286 | 5617139,52 | 5636848,592 | 513 |
| 287 | 5636848,592 | 5656557,664 | 523 |
| 288 | 5656557,664 | 5676266,736 | 486 |
| 289 | 5676266,736 | 5695975,808 | 532 |
| 290 | 5695975,808 | 5715684,88 | 539 |
| 291 | 5715684,88 | 5735393,952 | 500 |
| 292 | 5735393,952 | 5755103,024 | 518 |
| 293 | 5755103,024 | 5774812,096 | 527 |

| Código: | Data: | Emissor: | Página: |
|----------------|--------------|-----------------|----------------|
| NF-PR/2015 | 20/12/2015 | Antonio Amorim | 11/22 |

Histograma do 1o Sorteio da Nota Fiscal Paraná 152/15

| | | | |
|-----|-------------|-------------|-----|
| 294 | 5774812,096 | 5794521,168 | 508 |
| 295 | 5794521,168 | 5814230,24 | 491 |
| 296 | 5814230,24 | 5833939,312 | 519 |
| 297 | 5833939,312 | 5853648,384 | 478 |
| 298 | 5853648,384 | 5873357,456 | 508 |
| 299 | 5873357,456 | 5893066,528 | 480 |
| 300 | 5893066,528 | 5912775,6 | 523 |
| 301 | 5912775,6 | 5932484,672 | 458 |
| 302 | 5932484,672 | 5952193,744 | 469 |
| 303 | 5952193,744 | 5971902,816 | 512 |
| 304 | 5971902,816 | 5991611,888 | 463 |
| 305 | 5991611,888 | 6011320,96 | 514 |
| 306 | 6011320,96 | 6031030,032 | 515 |
| 307 | 6031030,032 | 6050739,104 | 533 |
| 308 | 6050739,104 | 6070448,176 | 494 |
| 309 | 6070448,176 | 6090157,248 | 487 |
| 310 | 6090157,248 | 6109866,32 | 503 |
| 311 | 6109866,32 | 6129575,392 | 488 |
| 312 | 6129575,392 | 6149284,464 | 515 |
| 313 | 6149284,464 | 6168993,536 | 518 |
| 314 | 6168993,536 | 6188702,608 | 511 |
| 315 | 6188702,608 | 6208411,68 | 492 |
| 316 | 6208411,68 | 6228120,752 | 505 |
| 317 | 6228120,752 | 6247829,824 | 518 |
| 318 | 6247829,824 | 6267538,896 | 504 |
| 319 | 6267538,896 | 6287247,968 | 534 |
| 320 | 6287247,968 | 6306957,04 | 533 |
| 321 | 6306957,04 | 6326666,112 | 517 |
| 322 | 6326666,112 | 6346375,184 | 504 |
| 323 | 6346375,184 | 6366084,256 | 478 |
| 324 | 6366084,256 | 6385793,328 | 482 |
| 325 | 6385793,328 | 6405502,4 | 471 |
| 326 | 6405502,4 | 6425211,472 | 470 |

| Código: | Data: | Emissor: | Página: |
|----------------|--------------|-----------------|----------------|
| NF-PR/2015 | 20/12/2015 | Antonio Amorim | 12/22 |

Histograma do 1o Sorteio da Nota Fiscal Paraná 152/15

| | | | |
|-----|-------------|-------------|-----|
| 327 | 6425211,472 | 6444920,544 | 485 |
| 328 | 6444920,544 | 6464629,616 | 485 |
| 329 | 6464629,616 | 6484338,688 | 497 |
| 330 | 6484338,688 | 6504047,76 | 499 |
| 331 | 6504047,76 | 6523756,832 | 506 |
| 332 | 6523756,832 | 6543465,904 | 487 |
| 333 | 6543465,904 | 6563174,976 | 505 |
| 334 | 6563174,976 | 6582884,048 | 498 |
| 335 | 6582884,048 | 6602593,12 | 471 |
| 336 | 6602593,12 | 6622302,192 | 516 |
| 337 | 6622302,192 | 6642011,264 | 467 |
| 338 | 6642011,264 | 6661720,336 | 499 |
| 339 | 6661720,336 | 6681429,408 | 522 |
| 340 | 6681429,408 | 6701138,48 | 495 |
| 341 | 6701138,48 | 6720847,552 | 472 |
| 342 | 6720847,552 | 6740556,624 | 480 |
| 343 | 6740556,624 | 6760265,696 | 496 |
| 344 | 6760265,696 | 6779974,768 | 448 |
| 345 | 6779974,768 | 6799683,84 | 503 |
| 346 | 6799683,84 | 6819392,912 | 513 |
| 347 | 6819392,912 | 6839101,984 | 489 |
| 348 | 6839101,984 | 6858811,056 | 520 |
| 349 | 6858811,056 | 6878520,128 | 475 |
| 350 | 6878520,128 | 6898229,2 | 489 |
| 351 | 6898229,2 | 6917938,272 | 490 |
| 352 | 6917938,272 | 6937647,344 | 516 |
| 353 | 6937647,344 | 6957356,416 | 515 |
| 354 | 6957356,416 | 6977065,488 | 557 |
| 355 | 6977065,488 | 6996774,56 | 534 |
| 356 | 6996774,56 | 7016483,632 | 494 |
| 357 | 7016483,632 | 7036192,704 | 487 |
| 358 | 7036192,704 | 7055901,776 | 502 |
| 359 | 7055901,776 | 7075610,848 | 457 |

| Código: | Data: | Emissor: | Página: |
|----------------|--------------|-----------------|----------------|
| NF-PR/2015 | 20/12/2015 | Antonio Amorim | 13/22 |

Histograma do 1o Sorteio da Nota Fiscal Paraná 152/15

| | | | |
|-----|-------------|-------------|-----|
| 360 | 7075610,848 | 7095319,92 | 451 |
| 361 | 7095319,92 | 7115028,992 | 521 |
| 362 | 7115028,992 | 7134738,064 | 518 |
| 363 | 7134738,064 | 7154447,136 | 478 |
| 364 | 7154447,136 | 7174156,208 | 505 |
| 365 | 7174156,208 | 7193865,28 | 481 |
| 366 | 7193865,28 | 7213574,352 | 491 |
| 367 | 7213574,352 | 7233283,424 | 508 |
| 368 | 7233283,424 | 7252992,496 | 477 |
| 369 | 7252992,496 | 7272701,568 | 501 |
| 370 | 7272701,568 | 7292410,64 | 524 |
| 371 | 7292410,64 | 7312119,712 | 490 |
| 372 | 7312119,712 | 7331828,784 | 483 |
| 373 | 7331828,784 | 7351537,856 | 453 |
| 374 | 7351537,856 | 7371246,928 | 501 |
| 375 | 7371246,928 | 7390956 | 519 |
| 376 | 7390956 | 7410665,072 | 481 |
| 377 | 7410665,072 | 7430374,144 | 493 |
| 378 | 7430374,144 | 7450083,216 | 501 |
| 379 | 7450083,216 | 7469792,288 | 500 |
| 380 | 7469792,288 | 7489501,36 | 492 |
| 381 | 7489501,36 | 7509210,432 | 483 |
| 382 | 7509210,432 | 7528919,504 | 497 |
| 383 | 7528919,504 | 7548628,576 | 490 |
| 384 | 7548628,576 | 7568337,648 | 478 |
| 385 | 7568337,648 | 7588046,72 | 515 |
| 386 | 7588046,72 | 7607755,792 | 463 |
| 387 | 7607755,792 | 7627464,864 | 502 |
| 388 | 7627464,864 | 7647173,936 | 533 |
| 389 | 7647173,936 | 7666883,008 | 503 |
| 390 | 7666883,008 | 7686592,08 | 484 |
| 391 | 7686592,08 | 7706301,152 | 487 |
| 392 | 7706301,152 | 7726010,224 | 509 |

| Código: | Data: | Emissor: | Página: |
|----------------|--------------|-----------------|----------------|
| NF-PR/2015 | 20/12/2015 | Antonio Amorim | 14/22 |

Histograma do 1o Sorteio da Nota Fiscal Paraná 152/15

| | | | |
|-----|-------------|-------------|-----|
| 393 | 7726010,224 | 7745719,296 | 535 |
| 394 | 7745719,296 | 7765428,368 | 516 |
| 395 | 7765428,368 | 7785137,44 | 524 |
| 396 | 7785137,44 | 7804846,512 | 520 |
| 397 | 7804846,512 | 7824555,584 | 553 |
| 398 | 7824555,584 | 7844264,656 | 480 |
| 399 | 7844264,656 | 7863973,728 | 497 |
| 400 | 7863973,728 | 7883682,8 | 483 |
| 401 | 7883682,8 | 7903391,872 | 532 |
| 402 | 7903391,872 | 7923100,944 | 477 |
| 403 | 7923100,944 | 7942810,016 | 531 |
| 404 | 7942810,016 | 7962519,088 | 505 |
| 405 | 7962519,088 | 7982228,16 | 471 |
| 406 | 7982228,16 | 8001937,232 | 529 |
| 407 | 8001937,232 | 8021646,304 | 519 |
| 408 | 8021646,304 | 8041355,376 | 500 |
| 409 | 8041355,376 | 8061064,448 | 529 |
| 410 | 8061064,448 | 8080773,52 | 527 |
| 411 | 8080773,52 | 8100482,592 | 527 |
| 412 | 8100482,592 | 8120191,664 | 498 |
| 413 | 8120191,664 | 8139900,736 | 499 |
| 414 | 8139900,736 | 8159609,808 | 520 |
| 415 | 8159609,808 | 8179318,88 | 489 |
| 416 | 8179318,88 | 8199027,952 | 515 |
| 417 | 8199027,952 | 8218737,024 | 509 |
| 418 | 8218737,024 | 8238446,096 | 509 |
| 419 | 8238446,096 | 8258155,168 | 495 |
| 420 | 8258155,168 | 8277864,24 | 517 |
| 421 | 8277864,24 | 8297573,312 | 496 |
| 422 | 8297573,312 | 8317282,384 | 508 |
| 423 | 8317282,384 | 8336991,456 | 513 |
| 424 | 8336991,456 | 8356700,528 | 488 |
| 425 | 8356700,528 | 8376409,6 | 501 |

| Código: | Data: | Emissor: | Página: |
|----------------|--------------|-----------------|----------------|
| NF-PR/2015 | 20/12/2015 | Antonio Amorim | 15/22 |

Histograma do 1o Sorteio da Nota Fiscal Paraná 152/15

| | | | |
|-----|-------------|-------------|-----|
| 426 | 8376409,6 | 8396118,672 | 513 |
| 427 | 8396118,672 | 8415827,744 | 497 |
| 428 | 8415827,744 | 8435536,816 | 509 |
| 429 | 8435536,816 | 8455245,888 | 504 |
| 430 | 8455245,888 | 8474954,96 | 525 |
| 431 | 8474954,96 | 8494664,032 | 493 |
| 432 | 8494664,032 | 8514373,104 | 487 |
| 433 | 8514373,104 | 8534082,176 | 533 |
| 434 | 8534082,176 | 8553791,248 | 509 |
| 435 | 8553791,248 | 8573500,32 | 472 |
| 436 | 8573500,32 | 8593209,392 | 516 |
| 437 | 8593209,392 | 8612918,464 | 528 |
| 438 | 8612918,464 | 8632627,536 | 477 |
| 439 | 8632627,536 | 8652336,608 | 485 |
| 440 | 8652336,608 | 8672045,68 | 481 |
| 441 | 8672045,68 | 8691754,752 | 515 |
| 442 | 8691754,752 | 8711463,824 | 461 |
| 443 | 8711463,824 | 8731172,896 | 464 |
| 444 | 8731172,896 | 8750881,968 | 510 |
| 445 | 8750881,968 | 8770591,04 | 499 |
| 446 | 8770591,04 | 8790300,112 | 457 |
| 447 | 8790300,112 | 8810009,184 | 519 |
| 448 | 8810009,184 | 8829718,256 | 565 |
| 449 | 8829718,256 | 8849427,328 | 478 |
| 450 | 8849427,328 | 8869136,4 | 506 |
| 451 | 8869136,4 | 8888845,472 | 493 |
| 452 | 8888845,472 | 8908554,544 | 489 |
| 453 | 8908554,544 | 8928263,616 | 476 |
| 454 | 8928263,616 | 8947972,688 | 487 |
| 455 | 8947972,688 | 8967681,76 | 501 |
| 456 | 8967681,76 | 8987390,832 | 483 |
| 457 | 8987390,832 | 9007099,904 | 503 |
| 458 | 9007099,904 | 9026808,976 | 505 |

| Código: | Data: | Emissor: | Página: |
|----------------|--------------|-----------------|----------------|
| NF-PR/2015 | 20/12/2015 | Antonio Amorim | 16/22 |

Histograma do 1o Sorteio da Nota Fiscal Paraná 152/15

| | | | |
|-----|-------------|-------------|-----|
| 459 | 9026808,976 | 9046518,048 | 513 |
| 460 | 9046518,048 | 9066227,12 | 530 |
| 461 | 9066227,12 | 9085936,192 | 483 |
| 462 | 9085936,192 | 9105645,264 | 496 |
| 463 | 9105645,264 | 9125354,336 | 499 |
| 464 | 9125354,336 | 9145063,408 | 475 |
| 465 | 9145063,408 | 9164772,48 | 468 |
| 466 | 9164772,48 | 9184481,552 | 512 |
| 467 | 9184481,552 | 9204190,624 | 524 |
| 468 | 9204190,624 | 9223899,696 | 507 |
| 469 | 9223899,696 | 9243608,768 | 493 |
| 470 | 9243608,768 | 9263317,84 | 467 |
| 471 | 9263317,84 | 9283026,912 | 514 |
| 472 | 9283026,912 | 9302735,984 | 511 |
| 473 | 9302735,984 | 9322445,056 | 509 |
| 474 | 9322445,056 | 9342154,128 | 491 |
| 475 | 9342154,128 | 9361863,2 | 501 |
| 476 | 9361863,2 | 9381572,272 | 506 |
| 477 | 9381572,272 | 9401281,344 | 492 |
| 478 | 9401281,344 | 9420990,416 | 469 |
| 479 | 9420990,416 | 9440699,488 | 491 |
| 480 | 9440699,488 | 9460408,56 | 493 |
| 481 | 9460408,56 | 9480117,632 | 502 |
| 482 | 9480117,632 | 9499826,704 | 487 |
| 483 | 9499826,704 | 9519535,776 | 506 |
| 484 | 9519535,776 | 9539244,848 | 496 |
| 485 | 9539244,848 | 9558953,92 | 515 |
| 486 | 9558953,92 | 9578662,992 | 503 |
| 487 | 9578662,992 | 9598372,064 | 504 |
| 488 | 9598372,064 | 9618081,136 | 505 |
| 489 | 9618081,136 | 9637790,208 | 488 |
| 490 | 9637790,208 | 9657499,28 | 495 |
| 491 | 9657499,28 | 9677208,352 | 479 |

| Código: | Data: | Emissor: | Página: |
|----------------|--------------|-----------------|----------------|
| NF-PR/2015 | 20/12/2015 | Antonio Amorim | 17/22 |

Histograma do 1o Sorteio da Nota Fiscal Paraná 152/15

| | | | |
|-----|-------------|-------------|-----|
| 492 | 9677208,352 | 9696917,424 | 508 |
| 493 | 9696917,424 | 9716626,496 | 514 |
| 494 | 9716626,496 | 9736335,568 | 504 |
| 495 | 9736335,568 | 9756044,64 | 546 |
| 496 | 9756044,64 | 9775753,712 | 527 |
| 497 | 9775753,712 | 9795462,784 | 482 |
| 498 | 9795462,784 | 9815171,856 | 483 |
| 499 | 9815171,856 | 9834880,928 | 540 |
| 500 | 9834880,928 | 9854590 | 499 |

O histograma obtido é mostrado na figura 1. O eixo y corresponde a contagem de ocorrências, enquanto o eixo x corresponde ao número dos bilhetes em ordem crescente e apresenta os valores do máximo de algumas classes.

| Código: | Data: | Emissor: | Página: |
|----------------|--------------|-----------------|----------------|
| NF-PR/2015 | 20/12/2015 | Antonio Amorim | 18/22 |

Histograma do 1o Sorteio da Nota Fiscal Paraná 152/15

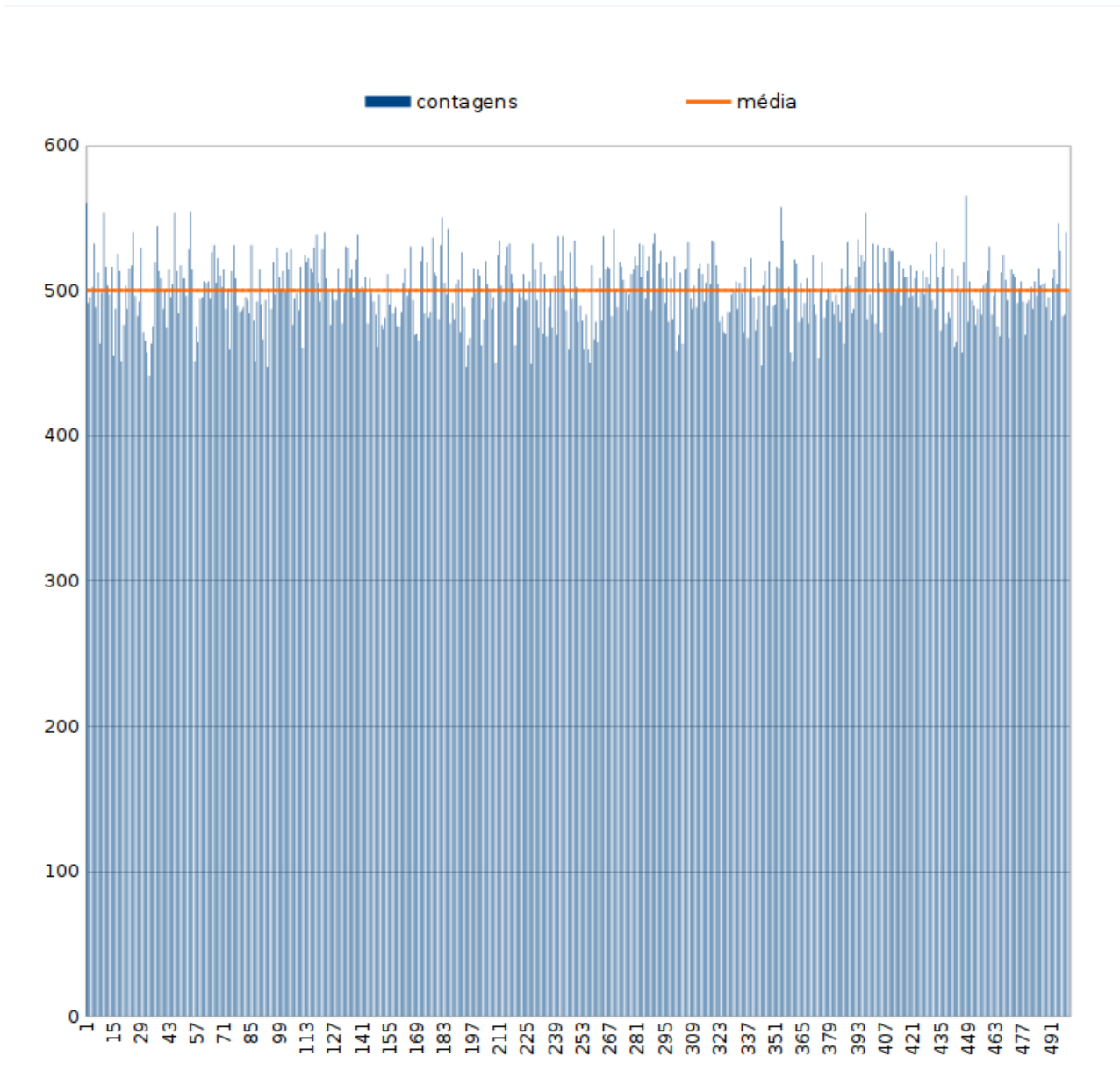


Figura 1: Histograma de Bilhetes Premiados

| Código: | Data: | Emissor: | Página: |
|----------------|--------------|-----------------|----------------|
| NF-PR/2015 | 20/12/2015 | Antonio Amorim | 19/22 |

Histograma do 1o Sorteio da Nota Fiscal Paraná 152/15

4 Análise do histograma

Os parâmetros estatísticos usados para avaliar a contagem de bilhetes em cada classe do histograma (4a coluna da tabela 1) são apresentados na tabela 2:

Tabela 2: Parâmetros Estatísticos da Contagem de Bilhetes

| Parâmetro | Valor |
|---|--------------|
| Quantidade de classes | 500 |
| Graus de liberdade | 499 |
| Nível de significância | 5% |
| Valor Médio Esperado da Contagem em Cada Classe | 500 |
| Valor Máximo Encontrado em Todas as Classes | 565 |
| Valor Mínimo Encontrado em Todas as Classes | 441 |
| Faixa de Variação = Máximo – Mínimo | 124 |
| Desvio Padrão das contagens | 22,07 |
| % Confiança | 95% |
| Fator de Confiança (Z) | 1,96 |
| Min Interv Confiança | 495,65 |
| Max Interv Confiança | 504,35 |
| Qui-Quadrado crítico | 552,07 |
| Qui-Quadrado calculado | 486,25 |

| Código: | Data: | Emissor: | Página: |
|----------------|--------------|-----------------|----------------|
| NF-PR/2015 | 20/12/2015 | Antonio Amorim | 20/22 |

Histograma do 1o Sorteio da Nota Fiscal Paraná 152/15

Como há 250 mil bilhetes premiados e o histograma tem 500 classes, o Valor Médio Esperado da contagem corresponde a 1/500 da quantidade de bilhetes premiados: 500 bilhetes. O Valor Médio Esperado corresponde a 0,2% da quantidade de bilhetes premiados. O intervalo de confiança foi calculado para 95% de confiança. Tanto o valor médio obtido como o valor esperado estão dentro do intervalo de confiança com 95% de certeza. A média obtida tem uma diferença nula (zero até a oitava casa decimal) para o valor esperado e está dentro do intervalo de confiança de 95%. Há pouca variação entre as classes, sendo que a contagem em cada classe foi aproximadamente igual ao esperado, conforme indicado pela incerteza da média, de aproximadamente 0,44% do valor esperado da contagem.

Considera-se a hipótese de uma distribuição uniforme, de modo que a contagem de bilhetes em cada classe deve ser próxima ao Valor Médio Esperado. Aplicando o teste de aderência do Qui-Quadrado pela comparação das contagens observadas em relação à distribuição uniforme (para um valor teórico de 500 bilhetes em todas as classes). A um nível de significância de 5%, com 499 graus de liberdade, obtém-se um valor Qui-Quadrado³, de 486,25, inferior ao Qui-Quadrado Crítico⁴ de 552,07, o que permite concluir pela aceitação da hipótese da distribuição uniforme para o histograma dos valores sorteados [1,2].

³ Somatória do quadrado das diferenças entre o valor esperado (teórico) e o valor obtido (observado), relativamente ao valor teórico.

⁴ Valor de Qui-Quadrado abaixo do qual a hipótese de distribuição uniforme deve ser aceita e acima do qual deve ser rejeitada; calcula-se usando a função *INV.QUI* das planilhas eletrônicas Microsoft Excel ou LibreOffice Calc.

| Código: | Data: | Emissor: | Página: |
|----------------|--------------|-----------------|----------------|
| NF-PR/2015 | 20/12/2015 | Antonio Amorim | 21/22 |

Histograma do 1o Sorteio da Nota Fiscal Paraná 152/15

5 CONCLUSÃO

O teste de aderência do Qui-Quadrado mostra que a distribuição da contagem é estatisticamente uniforme com nível de confiança de 95%. Portanto todos os bilhetes tiveram a mesma probabilidade de serem sorteados, dentro das variações estatísticas consideradas.

A metodologia empregada no processo confere transparência, fidedignidade e integridade intrínseca ao ambiente, por meio da independência entre os processos e sistemas sob as responsabilidades da SEFA/PR e do IPT. A descrição do processo completo dos sorteios eletrônicos da Nota Fiscal Paraná, retratando os trabalhos conjuntos do IPT, SEFA/PR e empresa de auditoria externa, estará contida no Relatório Técnico que será elaborado ao final dos sorteios acompanhados pelo IPT. Os resultados estão dentro do previsto e atendem aos requisitos solicitados pela Secretaria da Fazenda do Governo do Estado do Paraná (SEFA/PR).

Antônio Amorim

IPT/SAGMD

São Paulo, 20 de Dezembro de 2015.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] Barbeta, P. A., Reis, M. M., & Bornia, A. C. **Estatística para Cursos de Engenharia e Informática**. São Paulo: Atlas. 2004.

[2] Bendat, J., Piersol, A. **Random Data - Analysis and Measurement Procedures**. New Jersey, E.U.A: John Wiley & Sons. 2010.

[3] Caldeira A.M., Pacheco G.L., Machado M.A.S., Gassenferth, W., Medeiros, V.Z. **Métodos Quantitativos com Excel**. São Paulo, Brasil: Cengage Learning. 2008.

| Código: | Data: | Emissor: | Página: |
|----------------|--------------|-----------------|----------------|
| NF-PR/2015 | 20/12/2015 | Antonio Amorim | 22/22 |